



หน่วยการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างคุณลักษณะอยู่อย่างพอเพียง

ชื่อหน่วย ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
วิชาคณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 23102
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ครูประจำวิชา
นายเบญจมินทร์ จันทวงศ์
ตำแหน่ง ครู

โรงเรียนบ้านเสด็จพิทยาคม
เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต สุราษฎร์ธานี ชุมพร
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

แผนการจัดการเรียนรู้บูรณาการหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง
โรงเรียนบ้านเสด็จพิทยาคม

แผนการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 23102
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวนชั่วโมงของหน่วย 9 ชั่วโมง

เป้าหมายการเรียนรู้

1. มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

1.2 ตัวชี้วัด / ผลการเรียนรู้

ม.3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. จุดประสงค์การเรียนรู้สู่ตัวชี้วัด

- อธิบายความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ (K)
- แสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการหาจุดตัดของกราฟได้ (P)
- นำความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ (A)

3. สาระสำคัญ

กำหนด a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ a, b ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน และ d, e ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

$$\begin{aligned} \text{เรียก} \quad & ax + by = c \\ & dx + ey = f \end{aligned}$$

ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และคำตอบของระบบสมการ คือ จำนวนที่แทน x และ y แล้วทำให้สมการเป็นจริงทั้งสองสมการ และนิยมเขียนคำตอบของระบบสมการในรูป (x, y) ซึ่งระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบเดียว หรือมีคำตอบมากมาย

4. สาระการเรียนรู้ (เนื้อหา/ทักษะที่จะจัดการกิจกรรมการเรียนรู้)

4.1 ความรู้

- ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4.2 ทักษะ/กระบวนการ/กระบวนการคิด

- แสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการหาจุดตัดของกราฟได้

5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

- มีวินัย
- ใฝ่เรียนรู้
- มุ่งมั่นในการทำงาน

6. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - 1) ทักษะการสังเกต
 - 2) ทักษะการให้เหตุผล
 - 3) ทักษะการปรับโครงสร้าง
 - 4) ทักษะการตีความ
3. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

กิจกรรมการเรียนรู้

7. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ชั้นนำ

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียน และกระตุ้นความสนใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนพิจารณาภาพหน้าหน่วย ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 2 จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำถามประจำหน่วย
หมายเหตุ : ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำถามประจำหน่วยการเรียนรู้ หลังเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 1
2. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จาก “ควรรู้ก่อนเรียน” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 3 จากนั้นครูสุ่มนักเรียนออกมาสรุปความรู้ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติม
3. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบพื้นฐานก่อนเรียนด้วยการสแกน QR Code ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 3 จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ แล้วครูจึงอธิบายเพิ่มเติม
4. ครูกำหนดสถานการณ์และตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้
 - ถ้าฟ้าและน้ำมีเหรียญบาทรวมกัน 12 เหรียญ นักเรียนจะทราบแน่นอนหรือไม่ว่า ฟ้าและน้ำมีเหรียญบาทคนละกี่เหรียญ

(แนวตอบ ไม่ทราบได้แน่นอนว่าฟ้าและน้ำมีเหรียญบาทคนละกี่เหรียญ เนื่องจากมีคำตอบได้หลายคำตอบ)

ชั้นสอน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 4-5

(แนวการอธิบาย

จากสถานการณ์ ฟ้าและน้ำมีเหรียญบาทรวมกัน 12 เหรียญ จากข้อความข้างต้นสามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น $x + y = 12$ โดยกำหนดให้ x แทนจำนวนเหรียญบาทของฟ้า และ y แทนจำนวนเหรียญบาทของน้ำ จะเห็นว่า คำตอบของสมการนี้มีหลายคำตอบ

ถ้านักเรียนทราบเพิ่มขึ้นอีกว่า “พามีเหรียญบาทมากกว่าน้ำ 2 เหรียญ” จะสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น $x - y = 2$

เมื่อพิจารณาคำตอบของสมการ $x + y = 12$ และ $x - y = 2$ จะเห็นว่า (7, 5) เป็นเพียงคำตอบเดียวที่สอดคล้องกับสมการทั้งสองสมการ นั่นคือ พามีเหรียญบาท 7 เหรียญ และน้ำมีเหรียญบาท 5 เหรียญ

ซึ่งจะเรียก $x + y = 12$

$x - y = 2$

ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และเรียก (7, 5) ว่า คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร)

2. ครูอธิบายเพิ่มเติม ดังนี้ “ถ้ากำหนด a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ a, b ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน และ d, e ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

เรียก $ax + by = c$

$dx + ey = f$

ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และคำตอบของระบบสมการ คือ จำนวนที่แทน x และ y แล้วทำให้สมการเป็นจริงทั้งสองสมการ และนิยมเขียนคำตอบของระบบสมการในรูป (x, y)”

3. ครูอธิบาย “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 5 พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ

4. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 1 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 7-8 อย่างละเอียดบนกระดาน พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ จากนั้นครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้

- จากตัวอย่างที่ 1 กราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีลักษณะเป็นอย่างไร

(แนวตอบ กราฟของสมการแต่ละสมการตัดกันที่จุด (3, 1))

- จากตัวอย่างที่ 1 คำตอบของระบบสมการสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ (3, 1) ใช่หรือไม่ อย่างไร

(แนวตอบ ใช่ เนื่องจากคำตอบของระบบสมการ คือจุดตัดของกราฟของสมการ ซึ่งเมื่อแทนค่า (3, 1) ในทั้งสองสมการ จะพบว่าทำให้สมการเป็นจริงทั้งสองสมการ)

5. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 8 ลงในสมุด

6. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

7. ครูให้นักเรียนแบ่งเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ลดความสามารถทางคณิตศาสตร์) จากนั้นครูตีตลับใจท์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรบนกระดาน แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแข่งกันหาคำตอบของระบบสมการ โดยการหาจุดตัดของกราฟ กลุ่มใดหาคำตอบของระบบสมการถูกต้องเป็นกลุ่มแรก ได้รับคะแนนสะสม 1 คะแนน

8. ครูทำกิจกรรมนี้อีก 5-6 ครั้ง จากนั้นสรุปคะแนน กลุ่มที่ได้คะแนนสะสมมากที่สุดเป็นผู้ชนะ

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้

“ถ้ากำหนด a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ a, b ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน และ d, e ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

เรียก $ax + by = c$

$dx + ey = f$

ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และคำตอบของระบบสมการ คือ จำนวนที่แทน x และ y แล้วทำให้สมการเป็นจริงทั้งสองสมการ และนิยมเขียนคำตอบของระบบสมการในรูป (x, y) ซึ่งเมื่อพิจารณาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยการเขียนกราฟ เมื่อกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรตัดกันที่จุด (x, y) จุดตัดนั้นจะเป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร”

10. จากนั้นครูให้นักเรียนทุกคนทำใบงานที่ 1.1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ข้อที่ 1 เป็นการบ้านเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรม และความรู้ที่ได้จากการเรียนการสอน

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากชั่วโมงที่แล้ว ดังนี้
“ถ้ากำหนด a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ a, b ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน และ d, e ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

เรียก $ax + by = c$

$$dx + ey = f$$

ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และคำตอบของระบบสมการ คือ จำนวนที่แทน x และ y แล้วทำให้สมการเป็นจริงทั้งสองสมการ และนิยมเขียนคำตอบของระบบสมการในรูป (x, y) ซึ่งเมื่อพิจารณาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยการเขียนกราฟ เมื่อกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรตัดกันที่จุด (x, y) จุดตัดนั้นจะเป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร”

2. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยใบงานที่ 1.1 ข้อที่ 1 ที่เป็นการบ้านจากชั่วโมงที่แล้ว ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนจับคู่กันศึกษาตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 9
2. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาอธิบายที่หน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น จากนั้นครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้
 - จากตัวอย่างที่ 2 กราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีลักษณะเป็นอย่างไร
(แนวตอบ กราฟของสมการแต่ละสมการขนานกัน)
 - จากตัวอย่างที่ 2 นักเรียนคิดว่ามีคำตอบของระบบสมการหรือไม่ อย่างไร
(แนวตอบ ไม่มีคำตอบของระบบสมการ เนื่องจากกราฟของทั้งสองสมการขนานกัน จึงไม่เกิดการตัดกันของกราฟ)
3. ครูอธิบาย “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 10 พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ
4. ครูให้นักเรียนคู่เดิมช่วยกันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 9 ลงในสมุด
5. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
6. ครูให้นักเรียนคู่เดิมร่วมกันศึกษาตัวอย่างที่ 3 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 10-11

7. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาอธิบายที่หน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น จากนั้นครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นความคิดนักเรียน ดังนี้
 - จากตัวอย่างที่ 3 กราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีลักษณะเป็นอย่างไร
(แนวตอบ กราฟของสมการแต่ละสมการทับกัน หรือเป็นกราฟของสมการเดียวกัน)
 - จากตัวอย่างที่ 3 นักเรียนคิดว่ามีคำตอบของระบบสมการหรือไม่ ถ้ามีจะมีคำตอบของระบบสมการกี่คำตอบ อย่างไร
(แนวตอบ มีคำตอบของระบบสมการ และมีคำตอบมากมายหลายคำตอบ เนื่องจากกราฟของทั้งสองสมการทับกัน หรือเป็นกราฟเส้นเดียวกัน ซึ่งจุด (x, y) ใด ๆ ที่เป็นคำตอบของสมการหนึ่งแล้ว จะเป็นคำตอบของอีกสมการหนึ่งด้วย)
 - จากตัวอย่างที่ 1, 2 และ 3 นักเรียนคิดว่าคำตอบของระบบสมการ มีความสัมพันธ์กับกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหรือไม่ อย่างไร
(แนวตอบ มีความสัมพันธ์กัน โดยถ้ากราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ตัดกัน 1 จุดแสดงว่าคู่อันดับนั้นจะเป็นคำตอบของระบบสมการเพียง 1 คำตอบ ถ้ากราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรขนานกัน แสดงว่าไม่มีคำตอบคำตอบของระบบสมการ และถ้ากราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรทับกัน หรือเป็นกราฟเส้นเดียวกัน แสดงว่ามีคำตอบของระบบสมการได้หลายคำตอบ)
8. ครูอธิบาย “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 11 พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ
9. ครูเน้นย้ำกับนักเรียนว่า “ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบเดียว หรือมีคำตอบมากมาย”
10. ครูอธิบายเพิ่มเติม ดังนี้ “จากตัวอย่างที่ 1, 2 และ 3 ซึ่งหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้กราฟ ถ้าพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ของตัวแปรและพจน์ค่าคงตัว จะเห็นว่า
 - ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มีคำตอบของระบบสมการเพียงคำตอบเดียว สัมประสิทธิ์ของตัวแปร x สัมประสิทธิ์ของตัวแปร y และค่าคงตัว ทั้งสองสมการไม่เท่ากัน
 - ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ไม่มีคำตอบ สัมประสิทธิ์ของตัวแปร x และสัมประสิทธิ์ของตัวแปร y เท่ากัน แต่พจน์ค่าคงตัวไม่เท่ากัน
 - ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มีคำตอบมากมายไม่จำกัด สัมประสิทธิ์ของตัวแปร x สัมประสิทธิ์ของตัวแปร y และค่าคงตัว เท่ากันทั้งสองสมการ”
11. ครูให้นักเรียนคู่เดิมช่วยกันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 11 ลงในสมุดและ
ให้นักเรียนทำทำใบงานที่ 1.1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ข้อที่ 2
12. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” และใบงานที่ 1.1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ข้อที่ 2 ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้เข้าใจมากยิ่งขึ้น
13. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้ “คำตอบของ

ระบบสมการ คือ จำนวนที่แทน x และ y แล้วทำให้สมการเป็นจริงทั้งสองสมการ และนิยมเขียนคำตอบของระบบสมการในรูป (x, y) โดยที่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบเดียว หรือมีคำตอบมากมาย”

14. ครูถามคำถามนักเรียนเพื่อสรุปโดยการใช้คำถามเพื่อสรุป เกี่ยวกับการหาคำตอบของระบบสมการโดยใช้ กราฟ ดังนี้

- ถ้าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีคำตอบของระบบสมการเพียงคำตอบเดียว ลักษณะของกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจะเป็นอย่างไร

(แนวตอบ กราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จะตัดกัน 1 จุด)

- ถ้าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ไม่มีคำตอบของระบบสมการ ลักษณะของกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจะเป็นอย่างไร

(แนวตอบ กราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจะขนานกัน)

- ถ้าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีคำตอบของระบบสมการมากมายไม่จำกัด ลักษณะของกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจะเป็นอย่างไร

(แนวตอบ กราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจะทับกัน หรือเป็นกราฟเส้นเดียวกัน)

15. ครูให้นักเรียนคู่เดิมช่วยกันทำแบบฝึกทักษะ 1.1 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 12-13 ลงในสมุด

16. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกทักษะ 1.1 จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้

“ถ้ากำหนด a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ a, b ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน และ d, e ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

เรียก $ax + by = c$

$dx + ey = f$

ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และคำตอบของระบบสมการ คือ จำนวนที่แทน x และ y แล้วทำให้สมการเป็นจริงทั้งสองสมการ และนิยมเขียนคำตอบของระบบสมการในรูป (x, y) ซึ่งระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบเดียว หรือมีคำตอบมากมาย”

2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ Exercise 1.1 ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

8. ชุดคำถามกระตุ้นเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียง

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงก่อนเรียน

Q1 นักเรียนมีความรู้เพียงพอในการอธิบายความหมาย และหาคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรให้สำเร็จได้

หรือไม่

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงระหว่างเรียน

Q2 ให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

Q3 นักเรียนแบ่งเวลาในการทำงานและวางแผนในการทำแบบฝึกอย่างไร

Q4 จากการเรียนรู้เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นักเรียนได้อะไรบ้าง

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงหลังเรียน

Q5 การทำแบบฝึกให้เสร็จถูกต้องนั้น นักเรียนมีคุณธรรมด้านใดบ้าง

Q6 การทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้ประโยชน์ด้านใด อย่างไรบ้าง

Q7 การศึกษาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสอดคล้องต่อชีวิตประจำวันของนักเรียนอย่างไร

Q8 การทำงาน หรือการทำงานกลุ่มมีปัญหาหรือไม่ นักเรียนมีแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างไร

9. วัสดุอุปกรณ์ /สื่อ /แหล่งเรียนรู้_(หนังสือ/เอกสารประกอบการสอน/ใบงาน/ใบความรู้ (สถานที่จริง/ ภูมิปัญญาท้องถิ่น/สถานประกอบการ/อินเทอร์เน็ตฯลฯ)

9.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 2) แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 3) ใบงานที่ 1.1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 4) แดบโจทย์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

9.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องเรียน

10. ชิ้นงาน หรือ ภาระงาน (จากหน่วยฯ สู่ แผนฯ และ สัมพันธ์กับการวัดผล ประเมินผล)

1. ใบงานที่ 1.1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

11. การวัดและการประเมินผล (วัดอะไร/เครื่องมือ/วิธีการ/เกณฑ์)

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. การประเมินก่อนเรียน - แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	- ตรวจสอบแบบทดสอบก่อนเรียน	- แบบทดสอบก่อนเรียน	- ประเมินตามสภาพจริง
2. ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.1 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.1	- ใบงานที่ 1.1 - แบบฝึกทักษะ 1.1 - Exercise 1.1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
	- ตรวจ Exercise 1.1		
2) พฤติกรรม การทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

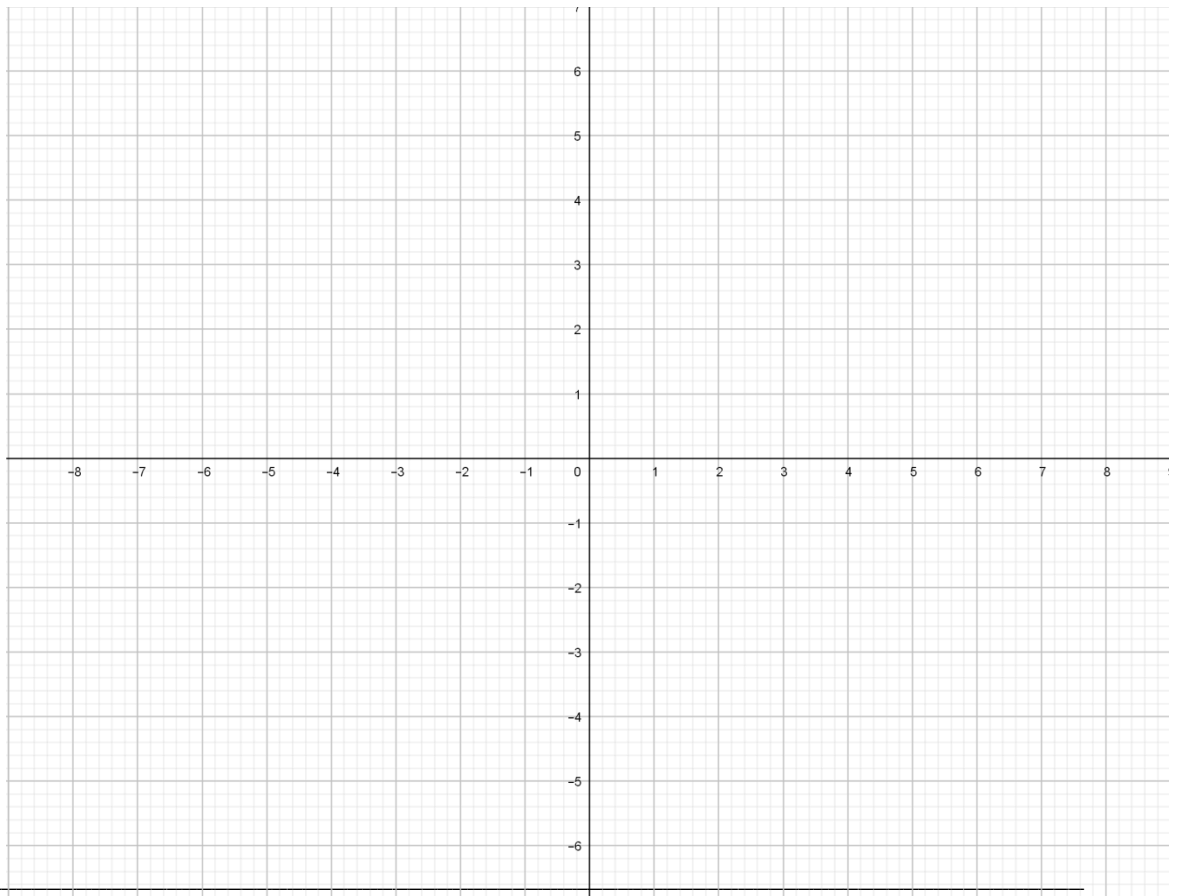
ใบงานที่ 1.1

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คำชี้แจง : กำหนดให้ x, y เป็นจำนวนจริงใด ๆ ให้นักเรียนเขียนกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ต่อไปนี้ ในระบบพิกัดฉากเดียวกัน พร้อมทั้งหาคำตอบของระบบสมการ

1. $5x + 2y = 12$
 $x - 5y = -3$

วิธีทำ

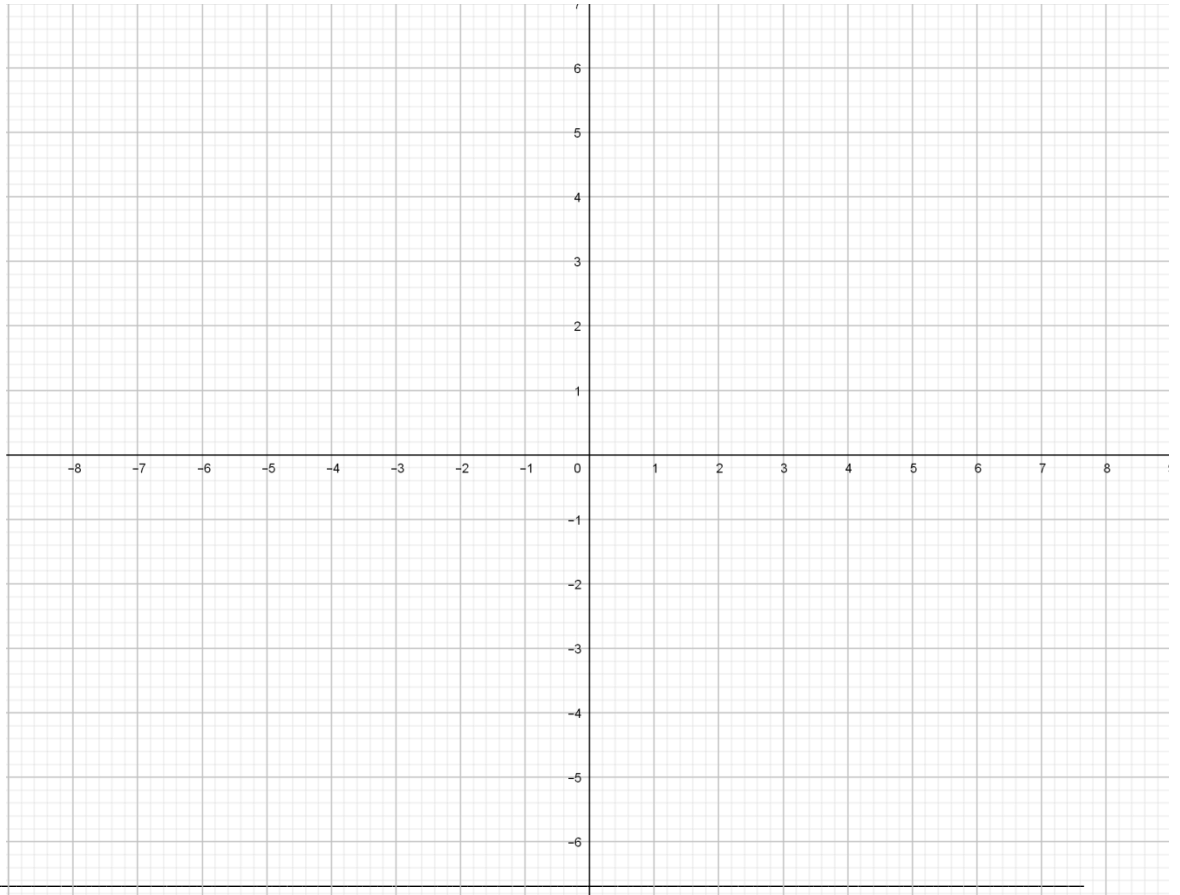


ตอบ

—

2. $4x + 5y = -3$
 $8x + 10y = -6$

วิธีทำ



ตอบ

—

ใบงานที่ 1.1

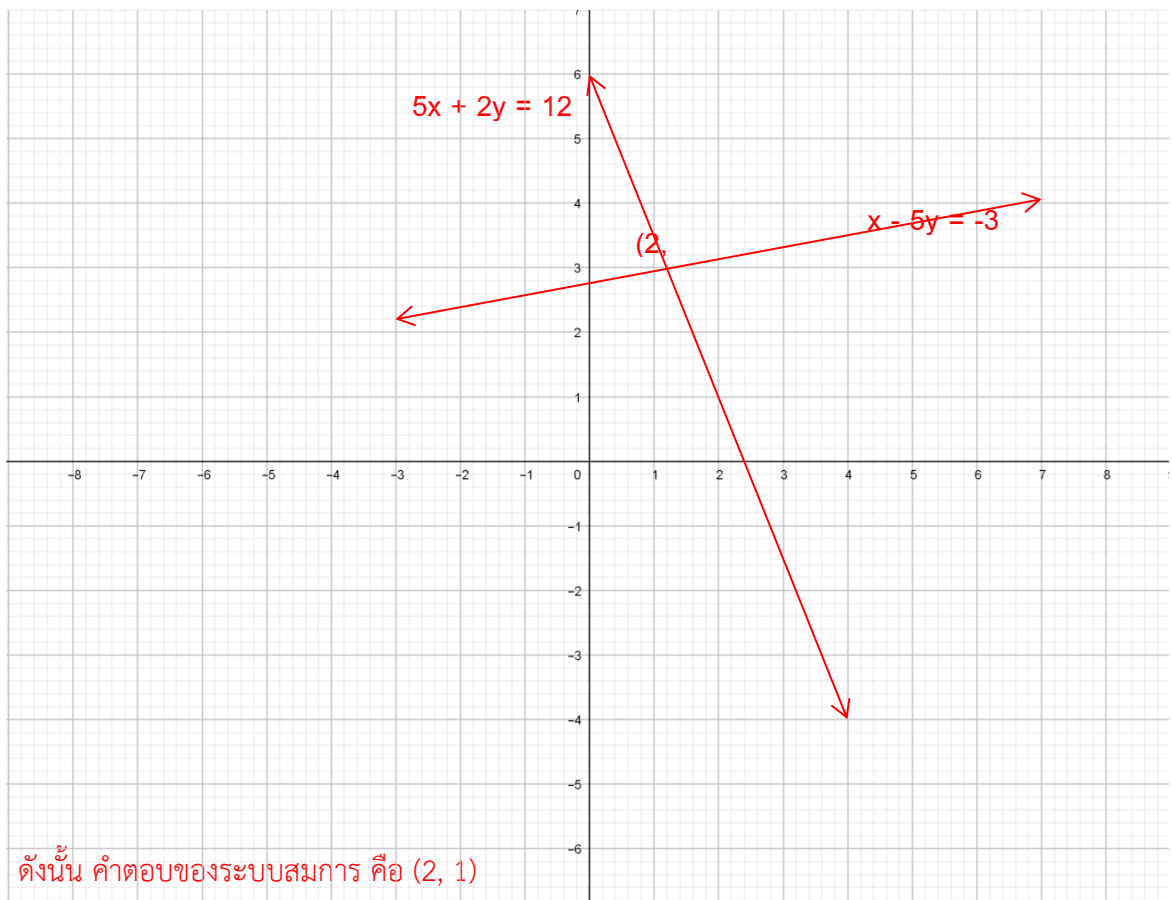
เฉลย

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คำชี้แจง : กำหนดให้ x, y เป็นจำนวนจริงใด ๆ ให้นักเรียนเขียนกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ต่อไปนี้ ในระบบพิกัดฉากเดียวกัน พร้อมทั้งหาคำตอบของระบบสมการ

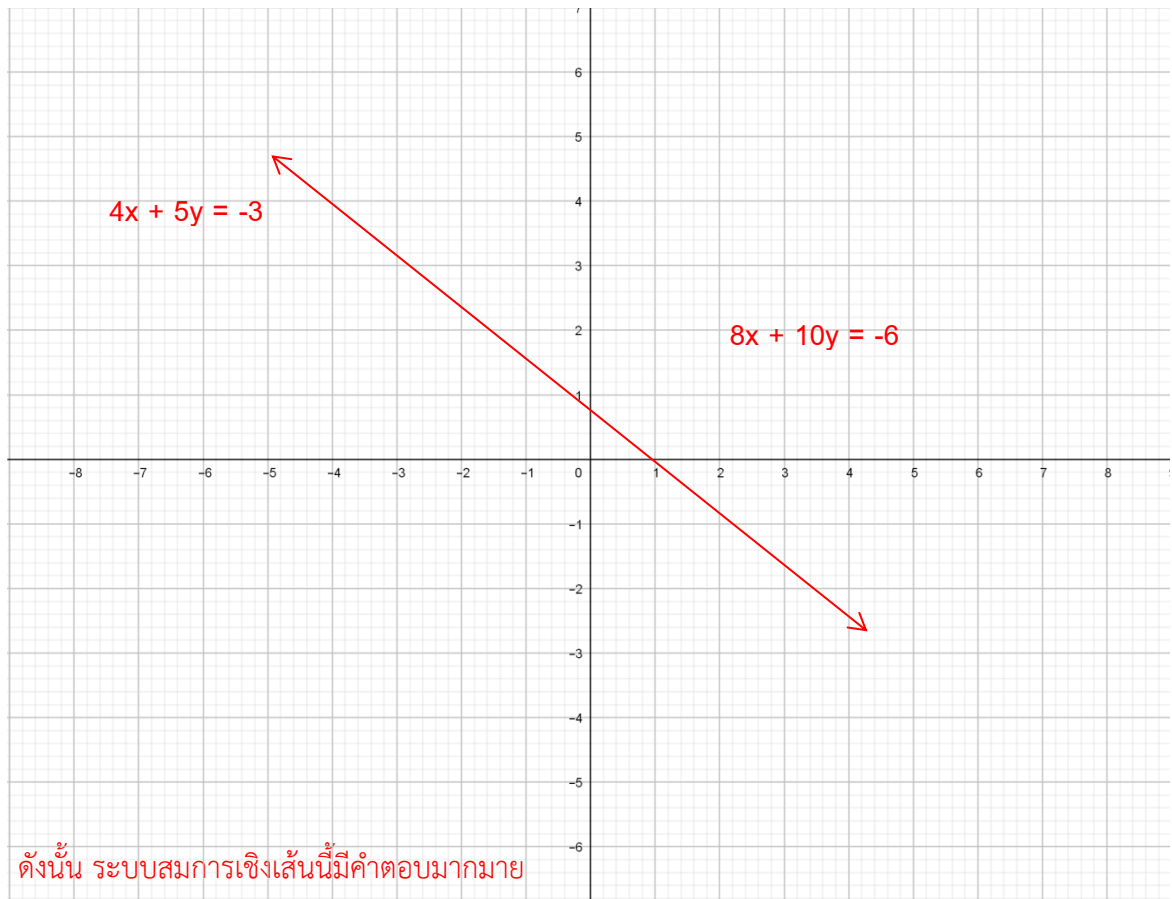
1. $5x + 2y = 12$
 $x - 5y = -3$

วิธีทำ



2. $4x + 5y = -3$
 $8x + 10y = -6$

วิธีทำ



ตอบ ดังนั้น ระบบสมการเชิงเส้นนี้มีคำตอบมากมาย

แถบโจทย์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$2x + 3y = 5$$

$$3x + y = 2$$

$$x + 4y = 6$$

$$2x - 2y = 7$$

$$4x - 5y = 8$$

$$3x - 5y = 10$$

$$3x - 8y = 11$$

$$9x + 2y = -4$$

$$5x + 4y = 0$$

$$8x - 5y = -6$$

แผนการจัดการเรียนรู้บูรณาการหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง
โรงเรียนบ้านเสด็จพิทยาคม

แผนการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า จำนวน 1 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 23102
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวนชั่วโมงของหน่วย 9 ชั่วโมง

เป้าหมายการเรียนรู้

1. มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

1.2 ตัวชี้วัด / ผลการเรียนรู้

ม.3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. จุดประสงค์การเรียนรู้สู่ตัวชี้วัด

1) อธิบายขั้นตอนการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการแทนค่าได้ (K)

2) แสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการแทนค่าได้ (P)

3) นำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่าไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ (A)

3. สาระสำคัญ

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการแทนค่า เป็นวิธีหนึ่งในการหาคำตอบของระบบสมการ โดยจัดรูปสมการใดสมการหนึ่งให้เป็น x ในรูปของ y หรือ y ในรูปของ x

4. สาระการเรียนรู้ (เนื้อหา/ทักษะที่จะจัดการกิจกรรมการเรียนรู้)

4.1 ความรู้

1) การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4.2 ทักษะ/กระบวนการ/กระบวนการคิด

1) แสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการแทนค่าได้

5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย

2. ใฝ่เรียนรู้

3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร

2. ความสามารถในการคิด
 - 1) ทักษะการสังเกต
 - 2) ทักษะการให้เหตุผล
 - 3) ทักษะการปรับโครงสร้าง
 - 4) ทักษะการตีความ
3. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

กิจกรรมการเรียนรู้

7. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากชั่วโมงที่แล้ว ดังนี้
 “ถ้ากำหนด a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ a, b ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน และ d, e ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน

เรียก $ax + by = c$
 $dx + ey = f$

ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และคำตอบของระบบสมการ คือ จำนวนที่แทน x และ y แล้วทำให้สมการเป็นจริงทั้งสองสมการ และนิยมเขียนคำตอบของระบบสมการในรูป (x, y) ซึ่งระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบเดียว หรือมีคำตอบมากมาย”

2. ครูให้นักเรียนแบ่งเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ลดความสามารถทางคณิตศาสตร์) จากนั้นครูติดแถบโจทย์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรบนกระดาน โดยคว่ำหน้าไว้ แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกเปิดแถบโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรครั้งละ 2 ใบ แล้วให้แต่ละกลุ่มแข่งกันหาคำตอบของระบบสมการ โดยการหาจุดตัดของกราฟ กลุ่มใดหาคำตอบของระบบสมการถูกต้องเป็นกลุ่มแรก ได้รับคะแนนสะสม 1 คะแนน
3. ครูทำกิจกรรมนี้อีก 5-6 ครั้ง จากนั้นสรุปคะแนน กลุ่มที่ได้คะแนนสะสมมากที่สุดเป็นผู้ชนะ
4. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้ “ในชั่วโมงที่ผ่านมา นักเรียนสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กราฟมาแล้ว นักเรียนคิดว่ายังมีวิธีอื่นที่สามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้อีกหรือไม่ อย่างไร”

หมายเหตุ : ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายโดยยังไม่เฉลยคำตอบ

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการแทนค่า ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 14 อย่างละเอียดบนกระดาน พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ

(แนวการอธิบาย

กำหนดระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$ax + by = c \quad \dots(1)$$

$$dx + ey = f \quad \dots(2)$$

วิธีการแก้สมการโดยการแทนค่ามีขั้นตอน ดังนี้

- 1) เลือกสมการ (1) หรือ (2) เพื่อเขียนตัวแปรหนึ่งในรูปของอีกตัวแปรหนึ่ง เช่น เขียน x ในรูปของ y หรือเขียน y ในรูปของ x
- 2) นำสมการที่ได้จากการจัดรูปในข้อ 1) แทนที่ตัวแปรนั้นในอีกสมการหนึ่ง
- 3) แก้สมการในข้อที่ 2) จะได้ค่าของตัวแปรหนึ่ง
- 4) นำค่าของตัวแปรที่ได้จากข้อ 3) แทนค่าในสมการข้อ 1) จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวแปรหนึ่ง นำค่าของตัวแปรทั้งสองซึ่งเป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นนี้มาเขียนในรูปของคู่อันดับ)

2. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 4 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 14-15 อย่างละเอียดบนกระดาน พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ
2. ครูให้นักเรียนจับคู่กันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 15 ลงในสมุด
3. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
4. ครูติดแถบโจทย์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรบนกระดาน แล้วให้นักเรียนแต่ละคู่แข่งกันหาคำตอบของระบบสมการ โดยการแทนค่าตัวแปร คูใดหาคำตอบของระบบสมการได้ถูกต้องเป็นคู่แรก โดยออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบที่หน้าชั้นเรียนจะได้รับคะแนนสะสม 1 คะแนน
5. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมนี้อีก 5-6 ครั้ง จากนั้นสรุปคะแนน กลุ่มที่ได้คะแนนสะสมมากที่สุดเป็นผู้ชนะ
6. ครูให้นักเรียนคู่เดิมศึกษาตัวอย่างที่ 5-6 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 16-17
7. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาอธิบายที่หน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
8. ครูให้นักเรียนคู่เดิมช่วยกันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 17 ลงในสมุด
9. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า ดังนี้
 - ขั้นที่ 1 เลือกสมการที่ 1 หรือสมการที่ 2 เพื่อเขียนตัวแปรหนึ่งในรูปของอีกตัวหนึ่ง เช่น เขียน x ในรูปของ y หรือเขียน y ในรูปของ x
 - ขั้นที่ 2 นำสมการที่ได้จากการจัดรูปในขั้นตอนที่ 1 แทนที่ตัวแปรนั้นในอีกสมการหนึ่ง
 - ขั้นที่ 3 แก้สมการในขั้นที่ 2) จะได้ค่าของตัวแปรหนึ่ง
 - ขั้นที่ 4 นำค่าของตัวแปรที่ได้จากขั้นที่ 3 แทนค่าสมการในขั้นที่ 1) จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง นำค่าของตัวแปรทั้งสองซึ่งเป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นนี้มาเขียนในรูปของคู่อันดับ
11. ครูให้นักเรียนทุกคนทำใบงานที่ 1.2 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้ “การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการแทนค่า เป็นวิธีหนึ่งในการหาคำตอบของระบบสมการด้วยจัดรูปสมการใดสมการหนึ่งให้เป็น x ในรูปของ y หรือ y ในรูปของ x ”

8. ชุดคำถามกระตุ้นเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียง

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงก่อนเรียน

Q1 นักเรียนมีความรู้เพียงพอในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า ให้สำเร็จได้หรือไม่

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงระหว่างเรียน

Q2 ให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาคำตอบของการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า

Q3 นักเรียนแบ่งเวลาในการทำงานและวางแผนในการทำแบบฝึกอย่างไร

Q4 จากการเรียนรู้เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า นักเรียนได้อะไรบ้าง

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงหลังเรียน

Q5 การทำแบบฝึกให้เสร็จถูกต้องนั้น นักเรียนมีคุณธรรมด้านใดบ้าง

Q6 การทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้ประโยชน์ด้านใด อย่างไรบ้าง

Q7 การศึกษาเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า สอดคล้องต่อชีวิตประจำวันของนักเรียนอย่างไร

Q8 การทำงาน หรือการทำงานกลุ่มมีปัญหาหรือไม่ นักเรียนมีแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างไร

9. วัสดุอุปกรณ์ /สื่อ /แหล่งเรียนรู้_(หนังสือ/เอกสารประกอบการสอน/ใบงาน/ใบความรู้ (สถานที่จริง/ ภูมิปัญญาท้องถิ่น/สถานประกอบการ/อินเทอร์เน็ตฯลฯ)

9.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 2) ใบงานที่ 1.2 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า
- 3) แอปพลิเคชันระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

9.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องเรียน

10. ชิ้นงาน หรือ ภาระงาน (จากหน่วยฯ สู่ แผนฯ และ สัมพันธ์กับการวัดผล ประเมินผล)

1. ใบงานที่ 1.2 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า

11. การวัดและการประเมินผล (วัดอะไร/เครื่องมือ/วิธีการ/เกณฑ์)

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า	- ตรวจใบงานที่ 1.2	- ใบงานที่ 1.2	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัยใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า

คำชี้แจง : กำหนดให้ x, y เป็นจำนวนจริงใด ๆ ให้นักเรียนหาคำตอบของระบบสมการ โดยการแทนค่า

1. $4x - 5y = -11$

$x + y = -5$

วิธีทำ

ให้ $4x - 5y = -11$ (1)

$x + y = -5$ (2)

จากสมการ (2) เขียน x ในรูปของ y

จะได้ $x = -5 - y$ (3)

นำ x ที่ได้จากสมการ (3) แทนในสมการ (1)

จะได้ $4(-5 - y) - 5y = -11$

$-20 - 4y - 5y = -11$

$-9y = -11 + 20$

$-9y = 9$

$y = -1$

แทนค่า $y = -1$ ในสมการ (2)

จะได้ $x + (-1) = -5$

$x = -4$

ตอบ ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(-4, -1)$

2. $x - 3y = 7$

$2x - 6y = 10$

วิธีทำ

ให้ $x - 3y = 7$ (1)

$2x - 6y = 10$ (2)

จากสมการ (1) เขียน x ในรูปของ y

จะได้ $x = 7 + 3y$ (3)

นำ x ที่ได้จากสมการ (3) แทนในสมการ (2)

จะได้ $2(7 + 3y) - 6y = 10$

$14 + 6y - 6y = 10$

$14 = 10$ (เป็นเท็จ)

แสดงว่าไม่สามารถหาค่า x และ y ที่ทำให้สมการทั้งสองเป็นจริงได้

ตอบ ดังนั้น ระบบสมการเชิงเส้นนี้ไม่มีคำตอบ

แถบโจทย์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$4x + y = 7$$

$$3x + 2y = -1$$

$$3x + 5y = 0$$

$$x - y = 4$$

$$2x - 3y = 6$$

$$4x - 6y = 12$$

$$5x - 2y = 4$$

$$10x + 3y = 7$$

$$x + 8y = 10$$

$$3x - 4y = -2$$

แผนการจัดการเรียนรู้บูรณาการหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง
โรงเรียนบ้านเสด็จพิทยาคม

แผนการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร จำนวน 2 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 23102
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวนชั่วโมงของหน่วย 9 ชั่วโมง

เป้าหมายการเรียนรู้

1. มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

1.2 ตัวชี้วัด / ผลการเรียนรู้

ม.3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. จุดประสงค์การเรียนรู้สู่ตัวชี้วัด

1) อธิบายขั้นตอนการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปรได้ (K)

2) แสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปรได้ (P)

3) นำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปรไปใช้แก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ได้ (A)

3. สาระสำคัญ

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร เป็นวิธีการที่นำมาเพื่อจัดรูปสมการเชิง
เส้นสองตัวแปรให้ได้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ เพื่อให้สัมประสิทธิ์
ของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งเป็นจำนวนตรงกันข้าม แล้วใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก เพื่อให้ได้สมการ
เชิงเส้นตัวแปรเดียว

4. สาระการเรียนรู้ (เนื้อหา/ทักษะที่จะจัดการกิจกรรมการเรียนรู้)

4.1 ความรู้

1) การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4.2 ทักษะ/กระบวนการ/กระบวนการคิด

1) แสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปรได้

5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย

2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - 1) ทักษะการสังเกต
 - 2) ทักษะการให้เหตุผล
 - 3) ทักษะการปรับโครงสร้าง
 - 4) ทักษะการตีความ
3. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

กิจกรรมการเรียนรู้

7. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า ดังนี้
“ขั้นที่ 1 เลือกสมการที่ 1 หรือสมการที่ 2 เพื่อเขียนตัวแปรหนึ่งในรูปของอีกตัวหนึ่ง เช่น เขียน x ในรูปของ y หรือเขียน y ในรูปของ x
ขั้นที่ 2 นำสมการที่ได้จากการจัดรูปในขั้นตอนที่ 1 แทนที่ตัวแปรนั้นในอีกสมการหนึ่ง
ขั้นที่ 3 แก้สมการในขั้นที่ 2 จะได้ค่าของตัวแปรหนึ่ง
ขั้นที่ 4 นำค่าของตัวแปรที่ได้จากขั้นที่ 3 แทนค่าสมการในขั้นที่ 1 จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง นำค่าของตัวแปรทั้งสองซึ่งเป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นนี้มาเขียนในรูปของคู่อันดับ”
2. ครูเขียนโจทย์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรบนกระดาน จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า ประมาณ 2-3 โจทย์ โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติม
3. ครูทบทวนสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก และสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 18 อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 18 อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

(แนวการอธิบาย

กำหนดระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$ax + by = c \quad \dots(1)$$

$$dx + ey = f \quad \dots(2)$$

วิธีการแก้สมการโดยการกำจัดตัวแปร มีขั้นตอน ดังนี้

- 1) ทำสัมพันธ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดให้เป็นจำนวนตรงข้ามกันโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ
- 2) ใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกกำจัดตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์ตรงข้ามกันในข้อ 1) เมื่อกำจัดตัวแปรตัวหนึ่งออกแล้ว สมการที่ได้จะเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- 3) หาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในข้อ 2) คำตอบที่ได้จะเป็นค่าคงตัวของตัวแปรหนึ่ง
- 4) หาค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง โดยนำค่าของตัวแปรในข้อ 3) แทนค่าในสมการ (1) หรือ (2) ก็ได้

2. ครูอธิบาย ตัวอย่างที่ 7 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 19 อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
3. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 19 ลงในสมุด
4. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
5. ครูให้นักเรียนทุกคนพิจารณา “Thinking Time” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 19 จากนั้นให้นักเรียนตอบคำถาม
6. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบ “Thinking Time” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
7. ครูอธิบาย ตัวอย่างที่ 8 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 20 อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
8. ครูอธิบาย “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 20 อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
9. ครูยกตัวอย่างในลักษณะเดียวกับตัวอย่างที่ 8 เพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้น
10. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 20 ลงในสมุด
11. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร ดังนี้
 - “ขั้นที่ 1 ทำสัมพันธ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดให้เป็นจำนวนตรงข้ามกันโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ
 - ขั้นที่ 2 ใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกกำจัดตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์ตรงข้ามกันในขั้นตอนที่ 1 เมื่อกำจัดตัวแปรหนึ่งออกแล้ว สมการที่ได้จะเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 - ขั้นที่ 3 หาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในขั้นตอนที่ 2 คำตอบที่ได้จะเป็นค่าคงตัวของตัวแปรตัวหนึ่ง
 - ขั้นที่ 4 หาค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง โดยนำค่าของตัวแปรในขั้นตอนที่ 3 แทนค่าสมการที่ 1 หรือสมการที่ 2 ก็ได้”
2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำใบงานที่ 1.3 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปรเป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปรจากชั่วโมงที่แล้ว จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยใบงานที่ 1.3 ที่เป็นการบ้านจากชั่วโมงที่แล้ว ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ชั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนจับคู่ศึกษาตัวอย่างที่ 9 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 21
2. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาอธิบายที่หน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
3. ครูยกตัวอย่างโจทย์ที่เป็นเศษส่วนในลักษณะเดียวกับตัวอย่างที่ 9 เพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
4. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 22 ลงในสมุด
5. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
6. ครูให้นักเรียนทุกคนพิจารณา “Thinking Time” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 22 จากนั้นให้นักเรียนตอบคำถาม
7. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบ “Thinking Time” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
8. ครูให้นักเรียนคู่เดิมศึกษาตัวอย่างที่ 10 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 22-23
9. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาอธิบายที่หน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
10. ครูยกตัวอย่างโจทย์ที่เป็นทศนิยมลักษณะเดียวกับตัวอย่างที่ 10 เพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
11. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 23 ลงในสมุด
12. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
13. ครูให้นักเรียนคู่เดิมศึกษาตัวอย่างที่ 11 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 23
14. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาอธิบายที่หน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
15. ครูให้นักเรียนคู่เดิมช่วยกันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 24 ลงในสมุด
16. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
17. ครูและนักเรียนร่วมกันศึกษา “แนวข้อสอบ O-NET” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 24 โดยครูอธิบายวิธีการหาคำตอบแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียด พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ
18. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 1-4 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 25-26 ลงสมุด

19. ครูขออาสาสมัคร 1-2 คน ออกมาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง แล้วครูจึงกล่าวชื่นชมและอธิบายเพิ่มเติมในจุดที่บกพร่อง
20. ครูให้นักเรียนคู่เดิมช่วยกันทำแบบฝึกทักษะ 1.2 ข้อ 5 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 26 จากนั้นครูขออาสาสมัคร 1-2 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนกลุ่มที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร ดังนี้ “การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร เป็นวิธีการที่นำมาเพื่อจัดรูปสมการเชิงเส้นสองตัวแปรให้ได้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ เพื่อให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งเป็นจำนวนตรงกันข้าม แล้วใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก เพื่อให้ได้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีขั้นตอน ดังนี้
ขั้นที่ 1 ทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดให้เป็นจำนวนตรงข้ามกันโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ
ขั้นที่ 2 ใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกกำจัดตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์ตรงข้ามกันในขั้นตอนที่ 1 เมื่อกำจัดตัวแปรหนึ่งออกแล้ว สมการที่ได้จะเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในขั้นตอนที่ 2 คำตอบที่ได้จะเป็นค่าคงตัวของตัวแปรตัวหนึ่ง
ขั้นที่ 4 หาค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง โดยนำค่าของตัวแปรในขั้นตอนที่ 3 แทนค่าสมการที่ 1 หรือสมการที่ 2 ก็ได้”
2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ Exercise 1.2 ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

8. ชุดคำถามกระตุ้นเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียง

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงก่อนเรียน

- Q1 นักเรียนมีความรู้เพียงพอในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร ให้สำเร็จได้หรือไม่

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงระหว่างเรียน

- Q2 ให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาคำตอบของการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร
- Q3 นักเรียนแบ่งเวลาในการทำงานและวางแผนในการทำแบบฝึกอย่างไร
- Q4 จากการเรียนรู้เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร นักเรียนได้อะไรบ้าง

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงหลังเรียน

- Q5 การทำแบบฝึกให้เสร็จถูกต้องนั้น นักเรียนมีคุณธรรมด้านใดบ้าง
- Q6 การทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้ประโยชน์ด้านใด อย่างไรบ้าง
- Q7 การศึกษาเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร สอดคล้องต่อชีวิตประจำวันของนักเรียนอย่างไร
- Q8 การทำงาน หรือการทำงานกลุ่มมีปัญหาหรือไม่ นักเรียนมีแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างไร

9. วัสดุอุปกรณ์ /สื่อ /แหล่งเรียนรู้ (หนังสือ/เอกสารประกอบการสอน/ใบงาน/ใบความรู้ (สถานที่จริง/ ภูมิปัญญาท้องถิ่น/สถานประกอบการ/อินเทอร์เน็ตฯลฯ)

9.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 2) แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 3) ใบงานที่ 1.3 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร

9.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องเรียน

10. ชิ้นงาน หรือ ภาระงาน (จากหน่วยฯ สู่ แผนฯ และ สัมพันธ์กับการวัดผล ประเมินผล)

1. ใบงานที่ 1.3 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร

11. การวัดและการประเมินผล (วัดอะไร/เครื่องมือ/วิธีการ/เกณฑ์)

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ประเมินระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 1) การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร	- ตรวจใบงานที่ 1.3 - ตรวจแบบฝึกทักษะ 1.2 - ตรวจ Exercise 1.2	- ใบงานที่ 1.3 - แบบฝึกทักษะ 1.2 - Exercise 1.2	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะอันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัยใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่นในการทำงาน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์

เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร

คำชี้แจง : กำหนดให้ x, y เป็นจำนวนจริงใด ๆ ให้นักเรียนหาคำตอบของระบบสมการ โดยการกำจัดตัวแปร

1. $6x + y = -7$

$3x - y = -2$

วิธีทำ ให้ $6x + y = -7$ (1)

$3x - y = -2$ (2)

นำสมการ (1) + สมการ (2)

จะได้ $9x = -9$

$x = -1$

แทนค่า $x = -1$ ในสมการ (2)

จะได้ $3(-1) - y = -2$

$-y = 1$

$y = -1$

ตอบ ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(-1, -1)$

2. $8x - 5y = 14$

$2x + 3y = -5$

วิธีทำ ให้ $8x - 5y = 14$ (1)

$2x + 3y = -5$ (2)

นำ $4 \times$ สมการ (2)

จะได้ $8x + 12y = -20$ (3)

นำสมการ (1) - สมการ (3)

จะได้ $-17y = 34$

$y = -2$

แทนค่า $y = -2$ ในสมการ (2)

จะได้ $2x + 3(-2) = -5$

$2x - 6 = -5$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

ตอบ ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(\frac{1}{2}, -2)$

แผนการจัดการเรียนรู้บูรณาการหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง โรงเรียนบ้านเสด็จพิทยาคม

แผนการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา
ในสถานการณ์ต่าง ๆ จำนวน 4 ชั่วโมง
กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 23102
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวนชั่วโมงของหน่วย 9 ชั่วโมง

เป้าหมายการเรียนรู้

1. มาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

1.2 ตัวชี้วัด / ผลการเรียนรู้

ม.3/3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. จุดประสงค์การเรียนรู้สู่ตัวชี้วัด

- อธิบายการนำความรู้เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มาช่วยในการพิจารณาแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่กำหนดให้ได้ (K)
- แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง (P)
- นำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (A)

3. สาระสำคัญ

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ เช่น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน วิทยาศาสตร์ เกษตรกรรม เศรษฐกิจ แรงงาน ระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา

4. สาระการเรียนรู้ (เนื้อหา/ทักษะที่จะจัดการกิจกรรมการเรียนรู้)

4.1 ความรู้

- การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา

4.2 ทักษะ/กระบวนการ/กระบวนการคิด

- แสดงวิธีหาคำตอบของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง (P)

5. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้
3. มุ่งมั่นในการทำงาน

6. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - 1) ทักษะการสังเกต
 - 2) ทักษะการให้เหตุผล
 - 3) ทักษะการปรับโครงสร้าง
 - 4) ทักษะการตีความ
3. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

กิจกรรมการเรียนรู้

7. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร ดังนี้
“ขั้นที่ 1 ทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดให้เป็นจำนวนตรงข้ามกันโดยใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ
ขั้นที่ 2 ใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกกำจัดตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์ตรงข้ามกันในขั้นตอนที่ 1 เมื่อกำจัดตัวแปรหนึ่งออกแล้ว สมการที่ได้จะเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ขั้นที่ 3 หาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในขั้นตอนที่ 2 คำตอบที่ได้จะเป็นค่าคงตัวของตัวแปรตัวหนึ่ง
ขั้นที่ 4 หาค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง โดยนำค่าของตัวแปรในขั้นตอนที่ 3 แทนค่าสมการที่ 1 หรือสมการที่ 2 ก็ได้”
2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม (ละความสามารถทางคณิตศาสตร์) โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มจับฉลากวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยกลุ่มที่ 1 เป็นการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการหาจุดตัดของกราฟ กลุ่มที่ 2 เป็นการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการแทนค่า และกลุ่มที่ 3 เป็นการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยการกำจัดตัวแปร จากนั้นครูติดแถบโจทย์ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรบนกระดาน โดยคว่ำหน้าไว้ แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกเปิดแถบโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรครั้งละ 2 ใบ แล้วให้แต่ละกลุ่มช่วยกันหาคำตอบของระบบสมการด้วยวิธีของกลุ่มตนเอง กลุ่มที่หาคำตอบของระบบสมการได้ถูกต้อง จะได้รับคะแนนสะสม 1 คะแนน
3. ครูทำกิจกรรมนี้อีก 5-6 ครั้ง จากนั้นสรุปคะแนน กลุ่มที่ได้คะแนนสะสมมากที่สุดเป็นผู้ชนะ

4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายข้อดี - ข้อเสียของการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแต่ละวิธี โดยครูให้คำแนะนำเพิ่มเติม

ขั้นสอน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 27 ดังนี้
“ขั้นที่ 1 สมมติตัวแปรสองตัวเพื่อแทนปริมาณสองปริมาณที่ต้องการทราบค่า
ขั้นที่ 2 สร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ โดยใช้เงื่อนไขจากโจทย์ปัญหานั้น
ขั้นที่ 3 แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร”
2. ครูอธิบายเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยอธิบายตัวอย่างที่ 12-13 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 27-30 อย่างละเอียดบนกระดาน พร้อมตรวจสอบคำตอบ จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ
3. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 28 และ 30 ลงในสมุด
4. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
5. ครูให้นักเรียนทุกคนพิจารณา “Thinking Time” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 29 จากนั้นให้นักเรียนตอบคำถาม
6. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบ “Thinking Time” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
7. ครูให้นักเรียนจับคู่กันศึกษาตัวอย่างที่ 14 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 30-31
8. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาอธิบายที่หน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
9. ครูยกตัวอย่างโจทย์ในลักษณะเดียวกับตัวอย่างที่ 14 เพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
10. ครูอธิบาย “คณิตน่ารู้” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 30 อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
11. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 32 ลงในสมุด
12. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากชั่วโมงที่แล้ว ดังนี้
“ขั้นที่ 1 สมมติตัวแปรสองตัวเพื่อแทนปริมาณสองปริมาณที่ต้องการทราบค่า

ขั้นที่ 2 สร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ โดยใช้เงื่อนไขจากโจทย์ปัญหานั้น

ขั้นที่ 3 แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร”

ขั้นสอน

1. ครูเขียนโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรบนกระดาน ดังนี้ “ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 40 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 12 ให้หาจำนวนสองจำนวนนั้น” แล้วให้นักเรียนในห้องช่วยกันอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในข้อนี้
2. ครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และเขียนออกมาเป็นระบบสมการสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(แนวตอบ $x + y = 40$
 $x - y = 12$)
3. ครูให้นักเรียนทุกคนหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรดังกล่าว จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ และครูอธิบายเพิ่มเติม
(แนวตอบ คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ (14, 26))
4. ครูให้นักเรียนแบ่งเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (ลดความสามารถทางคณิตศาสตร์) ร่วมทำกิจกรรมคณิตศาสตร์ ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 32-33 โดยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บาร์โมเดล (Bar model) พร้อมตอบคำถามท้ายกิจกรรม
5. ครูขออาสาสมัคร 1-2 กลุ่ม ออกมานำเสนอ พร้อมตอบคำถามที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนกลุ่มที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปกิจกรรม จนได้ข้อสรุปที่ตรงกัน
7. ครูเปิดวิดีโอการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้บาร์โมเดล (Bar model) ด้วยการสแกน QR Code ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 33 จากนั้นครูจึงอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
8. ครูอธิบายเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ทางวิทยาศาสตร์ โดยอธิบายตัวอย่างที่ 15-16 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 34-36 อย่างละเอียดบนกระดาน พร้อมตรวจสอบคำตอบ จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ
9. ครูอธิบาย “เกร็ดน่ารู้” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 35 อย่างละเอียดบนกระดาน จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย
10. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมช่วยกันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 35-36 ลงในสมุด
11. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 1-2 กลุ่ม ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนกลุ่มที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนี้
“ขั้นที่ 1 สมมติตัวแปรสองตัวเพื่อแทนปริมาณสองปริมาณที่ต้องการทราบค่า
ขั้นที่ 2 สร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ โดยใช้เงื่อนไขจากโจทย์ปัญหานั้น
ขั้นที่ 3 แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร”

2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำใบงานที่ 1.4 เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ (1) เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นนำ

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากชั่วโมงที่แล้ว จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยใบงานที่ 1.4 ที่เป็นการบ้านจากชั่วโมงที่แล้ว ที่หน้า

ชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติม เพื่อให้ นักเรียน เข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ทางเกษตรกรรม โดยอธิบายตัวอย่างที่ 17-18 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 36-39 อย่างละเอียดบนกระดาน พร้อมตรวจสอบคำตอบ จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ
2. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมจากชั่วโมงที่แล้วช่วยกันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 37 และ 39 ลงในสมุด
3. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 1-2 กลุ่ม ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนกลุ่มที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้ นักเรียน เข้าใจมากยิ่งขึ้น
4. ครูอธิบายเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ทางเศรษฐกิจ โดยอธิบายตัวอย่างที่ 19 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 39-40 อย่างละเอียดบนกระดาน พร้อมตรวจสอบคำตอบ จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ
5. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมช่วยกันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 41 ลงในสมุด
6. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 1-2 กลุ่ม ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนกลุ่มที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้ นักเรียน เข้าใจมากยิ่งขึ้น
7. ครูและนักเรียนร่วมกันศึกษา “แนวข้อสอบ O-NET” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 41-42 โดยครูอธิบายวิธีการหาคำตอบแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียด พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ
8. ครูให้นักเรียนจับคู่กันศึกษาตัวอย่างที่ 20 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 42-43
9. ครูสุ่มนักเรียน 1-2 คู่ ออกมาอธิบายที่หน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติม เพื่อให้ นักเรียน เข้าใจมากยิ่งขึ้น
10. ครูให้นักเรียนคู่เดิมทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 43 ลงในสมุด
11. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยคำตอบที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้ นักเรียน เข้าใจมากยิ่งขึ้น

12. ครูอธิบายเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้เรื่องแรงงาน โดยอธิบายตัวอย่างที่ 21-22 ในหนังสือเรียน คณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 44-47 อย่างละเอียดบนกระดาน พร้อมตรวจสอบคำตอบ จากนั้นเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามในประเด็นที่ยังไม่เข้าใจ
13. ครูให้นักเรียนคู่เดิมช่วยกันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 46-47 ลงในสมุด
14. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 1-2 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนกลุ่มที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอีกครั้ง
2. ครูให้นักเรียนทุกคนทำใบงานที่ 1.5 เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (2) เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล

ชั่วโมงที่ 4

ขั้นนำ

1. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากชั่วโมงที่แล้ว จากนั้นครูขออาสาสมัครนักเรียน 2-3 คน ออกมาเฉลยใบงานที่ 1.5 ที่เป็นการบ้านจากชั่วโมงที่แล้ว ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ในโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา โดยทบทวนความสัมพันธ์ “ระยะทาง = อัตราเร็ว x เวลา”
2. ครูให้นักเรียนคู่เดิมจากชั่วโมงที่แล้ว ร่วมกันศึกษาตัวอย่างที่ 23 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 48-49
3. ครูสุ่มนักเรียน 2-3 คู่ ออกมาอธิบายที่หน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
4. ครูให้นักเรียนคู่เดิมช่วยกันทำ “ลองทำดู” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 50 ลงในสมุด
5. ครูขออาสาสมัครนักเรียน 1-2 คู่ ออกมาเฉลยคำตอบ “ลองทำดู” ที่หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนกลุ่มที่เหลือในห้องร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
6. ครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายโจทย์ปัญหาจาก “H.O.T.S. คำถามท้าทายการคิดขั้นสูง” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 50 โดยครูให้คำแนะนำเพิ่มเติม
7. ครูและนักเรียนร่วมกันทำ “H.O.T.S. คำถามท้าทายการคิดขั้นสูง” ลงในสมุด
8. ครูยกตัวอย่างสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวันที่ใช้ระบบสมการในการแก้ปัญหา
9. ครูขออาสาสมัครนักเรียนออกมายกตัวอย่างสถานการณ์ของตนเองที่สามารถใช้ระบบสมการในการแก้ปัญหาได้ที่หน้าชั้นเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวันที่ใช้ระบบสมการในการแก้ปัญหา แล้วครูจึงอธิบายและยกตัวอย่างเพิ่มเติม

10. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม (ทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์) แล้วช่วยกันทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 1-10 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 51-52
11. ครูขออาสาสมัคร 1-2 กลุ่ม ออกมาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้อง ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง แล้วครูจึงอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
12. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมช่วยกันทำแบบฝึกทักษะ 1.3 ข้อ 11-13 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 52
13. ครูขออาสาสมัคร 1-2 กลุ่ม ออกมาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือในห้อง ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง แล้วครูจึงกล่าวชื่นชมและอธิบายเพิ่มเติมในจุดที่บกพร่อง
14. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ “ตรวจสอบตนเอง” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 52 เพื่อให้นักเรียนได้ประเมินระดับความสามารถของตนเองหลังจากเรียนจบหน่วย
15. ครูและนักเรียนร่วมกันศึกษา “คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 53

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ดังนี้ “การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ เช่น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน วิทยาศาสตร์ เกษตรกรรม เศรษฐกิจ แรงงาน ระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา”
2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิดหลักเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรทั้ง 3 วิธี และการนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 54-55
3. ครูให้นักเรียนกลุ่มเดิมช่วยกันทำ “แบบฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1” ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 หน้า 56-57
4. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
5. ครูให้นักเรียนทุกคนทำ Exercise 1.3 ในแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ม.3 เล่ม 2 เป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเป็นรายบุคคล
6. ครูมอบหมายชิ้นงานให้นักเรียนทุกคนสร้าง หรือค้นคว้าโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ มาคนละ 1 ข้อ แล้วติดลงในกระดาษ 100 ปอนด์ ขนาด A3 พร้อมหาคำตอบ และตกแต่งให้สวยงาม ส่งครูในชั่วโมงถัดไป
7. ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบหลังเรียน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

8. ชุดคำถามกระตุ้นเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียง

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงก่อนเรียน

- Q1 นักเรียนมีความรู้เพียงพอในการนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ให้สำเร็จได้หรือไม่

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงระหว่างเรียน

Q2 ให้นักเรียนอธิบายวิธีการระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

Q3 นักเรียนแบ่งเวลาในการทำงานและวางแผนในการทำแบบฝึกอย่างไร

Q4 จากการเรียนรู้เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

นักเรียนได้อะไรบ้าง

คำถามกระตุ้นคิดเพื่อปลูกฝังหลักคิดพอเพียงหลังเรียน

Q5 การทำแบบฝึกให้เสร็จถูกต้องนั้น นักเรียนมีคุณธรรมด้านใดบ้าง

Q6 การทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้ประโยชน์ด้านใด อย่างไรบ้าง

Q7 การศึกษาเรื่องการนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ สอดคล้องต่อชีวิตประจำวันของนักเรียนอย่างไร

Q8 การทำงาน หรือการทำงานกลุ่มมีปัญหาหรือไม่ นักเรียนมีแนวทางในการแก้ปัญหานั้นอย่างไร

9. วัสดุอุปกรณ์ /สื่อ /แหล่งเรียนรู้ (หนังสือ/เอกสารประกอบการสอน/ใบงาน/ใบความรู้ (สถานที่จริง/ภูมิปัญญาท้องถิ่น/สถานประกอบการ/อินเทอร์เน็ตฯลฯ)

9.1 สื่อการเรียนรู้

- 1) หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 2) แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- 3) ใบงานที่ 1.4 เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (1)
- 4) ใบงานที่ 1.5 เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (2)
- 5) กระดาษ 100 ปอนด์ ขนาด A3

9.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องเรียน
- 2) ห้องสมุด
- 3) อินเทอร์เน็ต

10. ชิ้นงาน หรือ ภาระงาน (จากหน่วยฯ สู่ แผนฯ และ สัมพันธ์กับการวัดผล ประเมินผล)

1. ใบงานที่ 1.4 เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (1)
2. ใบงานที่ 1.5 เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ (2)

11. การวัดและการประเมินผล (วัดอะไร/เครื่องมือ/วิธีการ/เกณฑ์)

รายการวัด	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. การประเมินชิ้นงาน/ ภาระงาน (รวบยอด)	- ตรวจสอบชิ้นงานโจทย์ ปัญหาที่เกี่ยวกับการ นำระบบสมการเชิง เส้นสองตัวแปรไปใช้ ในชีวิตประจำวัน	- แบบประเมินชิ้นงาน/ ภาระงาน	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่าน เกณฑ์
2. ประเมินระหว่าง การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ 1) การนำระบบ สมการ เชิงเส้น สองตัวแปรไป ประยุกต์ใช้ ในการ แก้ปัญหาใน สถานการณ์ต่าง ๆ	- ตรวจสอบใบงานที่ 1.4 - ตรวจสอบใบงานที่ 1.5 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ 1.3 - ตรวจสอบ Exercise 1.3 - ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ ประจำหน่วยการ เรียนรู้ ที่ 1	- ใบงานที่ 1.4 - ใบงานที่ 1.5 - แบบฝึกทักษะ 1.3 - Exercise 1.3 - แบบฝึกทักษะประจำ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์ - ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์
2) พฤติกรรม การทำงาน รายบุคคล	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานรายบุคคล	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3) พฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- สังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- แบบสังเกตพฤติกรรม การทำงานกลุ่ม	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
4) คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- สังเกตความมีวินัย ใฝ่เรียนรู้ และมุ่งมั่น ในการทำงาน	- แบบประเมิน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์	- ระดับคุณภาพ 2 ผ่านเกณฑ์
3. การประเมินหลังเรียน - แบบทดสอบหลัง เรียน หน่วยการ เรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการ เชิงเส้นสองตัวแปร	- ตรวจสอบแบบทดสอบหลัง เรียน	- แบบทดสอบหลังเรียน	- ร้อยละ 60 ผ่านเกณฑ์

ใบงานที่ 1.4

เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ (1)

คำชี้แจง : ให้แสดงวิธีทำจากโจทย์ที่กำหนดให้

1. จำนวนสองจำนวนที่มีผลรวมเท่ากับ 45 และมีผลต่างของจำนวนแรกกับสองเท่าของอีกจำนวนเท่ากับ -21 จงหาจำนวนทั้งสอง

วิธีทำ

ตอบ

2. ตะวันเก็บสะสมเหรียญบาทและเหรียญห้าบาทละกันทั้งหมด 52 เหรียญ แต่คิดเป็นจำนวนเงินทั้งหมด 120 บาท อยากทราบว่า ตะวันสะสมเหรียญบาทและเหรียญห้าบาทอย่างละกี่เหรียญ

วิธีทำ

ตอบ

ใบงานที่ 1.4

เฉลย

เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ (1)

คำชี้แจง : ให้แสดงวิธีทำจากโจทย์ที่กำหนดให้

1. จำนวนสองจำนวนที่มีผลรวมเท่ากับ 45 และมีผลต่างของจำนวนแรกกับสองเท่าของอีกจำนวนเท่ากับ -21
จงหาจำนวนทั้งสอง

วิธีทำ

ให้ x แทนจำนวนแรก

y แทนจำนวนที่สอง

$$\text{จะได้ } x + y = 45 \quad \dots (1)$$

$$x - 2y = -21 \quad \dots (2)$$

นำสมการ (1) - สมการ (2)

$$\text{จะได้ } 3y = 66$$

$$y = 22$$

แทนค่า $y = 22$ ในสมการ (1)

$$\text{จะได้ } x + 22 = 45$$

$$x = 23$$

คำตอบของระบบสมการ คือ (23, 22)

ตอบ ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวนคือ 22 และ 23

2. ตะวันเก็บสะสมเหรียญบาทและเหรียญห้าบาทคละกันทั้งหมด 52 เหรียญ แต่คิดเป็นจำนวนเงินทั้งหมด 120 บาท อยากทราบว่า ตะวันสะสมเหรียญบาทและเหรียญห้าบาทอย่างละกี่เหรียญ

วิธีทำ

ให้ x แทนจำนวนเหรียญบาท

y แทนจำนวนเหรียญห้าบาท

$$\text{จะได้ } x + y = 52 \quad \dots (1)$$

$$x + 5y = 120 \quad \dots (2)$$

นำสมการ (1) - สมการ (2)

$$\text{จะได้ } -4y = -68$$

$$y = 17$$

แทนค่า $y = 17$ ในสมการ (1)

$$\text{จะได้ } x + 17 = 52$$

$$x = 35$$

คำตอบของระบบสมการ คือ (35, 17)

ตอบ ดังนั้น จำนวนของเหรียญบาท คือ 35 เหรียญ และจำนวนของเหรียญห้าบาท คือ 17 เหรียญ

ใบงานที่ 1.5

เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ (2)

คำชี้แจง : ให้แสดงวิธีทำจากโจทย์ที่กำหนดให้

1. เครื่องพิมพ์เครื่องหนึ่ง ใช้เวลา 18 นาที ในการพิมพ์แผ่นโฆษณา 8 หน้า และแผ่นแผนภูมิ 5 หน้า และใช้เวลา 15 นาที ในการพิมพ์แผ่นโฆษณา 5 หน้า และแผ่นแผนภูมิ 5 หน้า อยากทราบว่าเครื่องพิมพ์เครื่องนี้ ใช้เวลากี่นาทีในการพิมพ์แผ่นโฆษณา และแผ่นแผนภูมิอย่างละ 1 หน้า

วิธีทำ

ตอบ

2. เรือลำหนึ่งแล่นตามกระแสน้ำได้ระยะทาง 20 กิโลเมตร ในเวลา 50 นาที ถ้าเรือลำนี้แล่นทวนน้ำจะได้ระยะทาง 15 กิโลเมตร ในเวลา 45 นาที อยากทราบอัตราเร็วของกระแสน้ำ

วิธีทำ

ตอบ

ใบงานที่ 1.5

เฉลย

เรื่อง การนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา
ในสถานการณ์ต่าง ๆ (2)

คำชี้แจง : ให้แสดงวิธีทำจากโจทย์ที่กำหนดให้

1. เครื่องพิมพ์เครื่องหนึ่ง ใช้เวลา 18 นาที ในการพิมพ์แผ่นโฆษณา 8 หน้า และแผ่นแผนภูมิ 5 หน้า และใช้เวลา 15 นาที ในการพิมพ์แผ่นโฆษณา 5 หน้า และแผ่นแผนภูมิ 5 หน้า อยากทราบว่าเครื่องพิมพ์เครื่องนี้ ใช้เวลากี่นาที ในการพิมพ์แผ่นโฆษณา และแผ่นแผนภูมิอย่างละ 1 หน้า

วิธีทำ

ให้ เครื่องพิมพ์พิมพ์แผ่นโฆษณา 1 หน้า ใช้เวลา x นาที

เครื่องพิมพ์พิมพ์แผ่นแผนภูมิ 1 หน้า ใช้เวลา y นาที

เครื่องพิมพ์ใช้เวลา 18 นาที ในการพิมพ์แผ่นโฆษณา 8 หน้า และแผ่นแผนภูมิ 5 หน้า

จะได้ $8x + 5y = 18$ (1)

เครื่องพิมพ์ใช้เวลา 15 นาที ในการพิมพ์แผ่นโฆษณา 5 หน้า และแผ่นแผนภูมิ 5 หน้า

จะได้ $5x + 5y = 15$ (2)

นำสมการ (1) – สมการ (2)

จะได้ $3x = 3$

$$x = 1$$

แทนค่า $x = 1$ ในสมการ (2)

จะได้ $5(1) + 5y = 15$

$$5 + 5y = 15$$

$$5y = 10$$

$$y = 2$$

ตอบ

ดังนั้น เครื่องพิมพ์พิมพ์แผ่นโฆษณา 1 แผ่น ใช้เวลา 1 นาที

เครื่องพิมพ์พิมพ์แผ่นแผนภูมิ 1 แผ่น ใช้เวลา 2 นาที

2. เรือลำหนึ่งแล่นตามกระแสน้ำได้ระยะทาง 20 กิโลเมตร ในเวลา 50 นาที ถ้าเรือลำนี้แล่นทวนน้ำจะได้ระยะทาง 15 กิโลเมตร ในเวลา 45 นาที อยากทราบอัตราเร็วของกระแสน้ำ

วิธีทำ

ให้ อัตราเร็วของเรือในน้ำนิ่งเป็น x กิโลเมตรต่อชั่วโมง

อัตราเร็วของกระแสน้ำเป็น y กิโลเมตรต่อชั่วโมง

อัตราเร็วของเรือตามกระแสน้ำเป็น $x + y$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง

อัตราเร็วของเรือทวนกระแสน้ำเป็น $x - y$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง

จากความสัมพันธ์ ระยะทาง = อัตราเร็ว \times เวลา

เรือแล่นตามกระแสน้ำได้ระยะทาง 20 กิโลเมตร ในเวลา 50 นาที หรือเท่ากับ $\frac{5}{6}$ ชั่วโมง

$$\text{จะได้} \quad \frac{5}{6} (x + y) = 20 \quad \dots (1)$$

เรือแล่นทวนกระแสน้ำได้ระยะทาง 15 กิโลเมตร ในเวลา 45 นาที หรือเท่ากับ $\frac{3}{4}$ ชั่วโมง

$$\text{จะได้} \quad \frac{3}{4} (x - y) = 15 \quad \dots (2)$$

$$\text{นำสมการ (1) } \times \frac{6}{5} \quad \text{จะได้} \quad x + y = 24 \quad \dots (3)$$

$$\text{นำสมการ (2) } \times \frac{4}{3} \quad \text{จะได้} \quad x - y = 20 \quad \dots (4)$$

นำสมการ (3) - สมการ (4)

$$\text{จะได้} \quad 2x = 44$$

$$x = 22$$

แทนค่า $x = 22$ ในสมการ (3)

$$\text{จะได้} \quad 22 + y = 24$$

$$y = 2$$

ตอบ ดังนั้น อัตราเร็วของกระแสน้ำ คือ 2 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

